

Mathematik für Informatiker I

Prof. Dr. Joachim Weickert
Dr. Michael Breuß
Wintersemester 2006/2007
Ausgabe: 24.11.2006
Abgabe: 01.12.2006 vor der Vorlesung

Übungsblatt 6

Aufgabe 1

Untersuchen Sie die unten stehenden Mengen auf Existenz von min, max, inf und sup. Bestimmen Sie gegebenenfalls die entsprechenden Werte.

- (a) $\left\{ \frac{|x|}{2+|x|} \mid x \in \mathbb{R} \right\}$
- (b) $\left\{ x + \frac{1}{|x|} \mid \frac{1}{4} < x \leq 4 \right\}$
- (c) $\left\{ x \mid \frac{1}{\sqrt{2}} \leq x \leq \sqrt{2} \text{ und } x \in \mathbb{Q} \right\}$
- (d) $\left\{ x \mid \frac{1}{\sqrt{2}} \leq x \leq \sqrt{2} \text{ und } x \in \mathbb{R} \right\}$

(6 Punkte)

Aufgabe 2

Beweisen Sie die Gültigkeit folgender Eigenschaften des Betrages: Für $x, y \in \mathbb{R}$ gilt

- (a) $|x| \geq 0$, wobei $|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$.
- (b) $|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$.
- (c) $|x + y| \leq |x| + |y|$.
- (d) $\left| \frac{x}{y} \right| = \frac{|x|}{|y|}$.
- (e) $\left| |x| - |y| \right| \leq |x - y|$.

(6 Punkte)

Aufgabe 3

Geben Sie die folgenden komplexen Zahlen in der Form $a + ib$ mit $a, b \in \mathbb{R}$ an:

(a) $z_a = \frac{3 - 4i}{4 - 3i} - \frac{3i + 4}{-4i - 3}$.

(b) $z_b = \sqrt{30i + 16}$.

(c) $z_c = (\sqrt{2} - i)^2 + \sqrt{-98}$.

(6 Punkte)

Aufgabe 4

Zeigen Sie die Gültigkeit folgender Abschätzungen (ohne Benutzung eines Taschenrechners!):

(a)

$$\left| \frac{2 - 3i}{1 - i} - \frac{(2 - i)^2}{i - \sqrt{3}} \right| > 5,$$

(b)

$$\left| \frac{\sqrt{2} + 3i}{\sqrt{-1} + \sqrt{2}} - \frac{i^2 + i}{\sqrt{9} - i} \right| > 2.$$

(6 Punkte)