

# Mathematik für Informatiker I

Prof. Dr. Joachim Weickert  
Dr. Michael Breuß  
Wintersemester 2006/2007  
Ausgabe: 10.11.2006  
Abgabe: 17.11.2006 vor der Vorlesung

## Übungsblatt 4

### Aufgabe 1

Benutzen Sie den Euklidischen Algorithmus zur Berechnung von:

- (a)  $ggT(55, 34)$
- (b)  $ggT(960, 2304)$

(4 Punkte)

### Aufgabe 2

(a) Leiten Sie aus dem Euklidischen Algorithmus einen Algorithmus ab, der zu gegebenen Zahlen  $m, n \in \mathbf{N}$  zwei weitere Zahlen  $x, y \in \mathbf{Z}$  berechnet mit:

$$ggT(m, n) = xm + yn.$$

Testen Sie den Algorithmus anhand  $ggT(3054, 1002)$ .

(b) Zeigen Sie: Eine diophantische Gleichung  $mx + ny = k$  mit  $m, n, k \in \mathbf{N}$  sowie Zahlen  $x, y \in \mathbf{Z}$  kann nur dann eine Lösung besitzen, falls  $ggT(m, n)$  Teiler von  $k$  ist. Wie lässt sich dann mit Hilfe des Euklidischen Algorithmus eine Lösung von  $mx + ny = k$  finden?

(8 Punkte)

### Aufgabe 3

Wir betrachten die Menge aller Restklassen  $\mathbf{Z}_5$ .

- (a) Stellen Sie die Additionstafel in  $\mathbf{Z}_5$  auf.
- (b) Stellen Sie die Multiplikationstafel in  $\mathbf{Z}_5$  auf.

(4 Punkte)

#### Aufgabe 4

Eine ISBN-Nummer ist aus zehn Ziffern  $a_0$  bis  $a_9$  aufgebaut:

$$a_0 - a_1 a_2 a_3 - a_4 a_5 a_6 a_7 a_8 - a_9 .$$

Dabei entsteht die Aufteilung der ISBN-Nummer durch:

$$\begin{aligned} a_0 & : \text{Gruppennummer} \\ a_1 a_2 a_3 & : \text{Verlagsnummer} \\ a_4 a_5 a_6 a_7 a_8 & : \text{Titelnummer} \\ a_9 & : \text{Prüfziffer} \end{aligned}$$

Die Zahlen  $a_0$  bis  $a_8$  sind Zahlen aus  $\{0, \dots, 9\}$ , während die Prüfziffer aus  $\{0, \dots, 10\}$  sein kann, wobei 10 mit  $X$  bezeichnet wird. Die Prüfziffer wird durch die Bedingung

$$\sum_{k=0}^9 (10 - k) a_k \equiv 0 \pmod{11}$$

berechnet.

Gegeben sind nun folgende ISBN-Nummern, die uns kürzlich per email zugeschickt wurden:

- (1) 3 - 423 - 62015 - 3
- (2) 3 - 528 - 28783 - 6

- (a) Ist die ISBN-Nummer (1) korrekt oder nicht korrekt?
- (b) Weisen Sie nach, dass die zweite ISBN-Nummer nicht korrekt ist.
- (c) Nehmen Sie an, dass die zweite ISBN-Nummer einen Übertragungsfehler aufweist, und zwar in einer der Ziffern entsprechend  $a_3$ ,  $a_4$  oder  $a_5$ . Wie muss die ISBN-Nummer in diesen Fällen korrigiert werden?
- (d) Zeigen Sie, dass kein Übertragungsfehler in der zweiten Ziffer der ISBN-Nummer (2) vorliegen kann.

Um welches Buch handelt es sich im zweiten Fall?

(8 Punkte)