Mathematik für Informatiker I

Prof. Dr. Joachim Weickert
Dr. Michael Breuß

Wintersemester 2006/2007
Ausgabe: 03.11.2006
Abgabe: 10.11.2006 **vor** der Vorlesung

Übungsblatt 3

Aufgabe 1

Seien R_1 und R_2 Relationen in einer Grundmenge S, d.h., $R_i \subset S \times S$, $i = 1, 2$. Zeigen oder widerlegen Sie folgende Aussagen:

1. Sind R_1 und R_2 symmetrisch, dann ist auch $R_1 \cup R_2$ symmetrisch.
2. Ist R_1 reflexiv und ist R_2 eine beliebige Relation, dann ist $R_1 \cup R_2$ reflexiv.
3. Sind R_1 und R_2 antisymmetrisch, dann ist auch $R_1 \cup R_2$ antisymmetrisch.

(6 Punkte)

Aufgabe 2

Gegeben seien die Grundmenge $S = \{1, 2, 3, 4\}$ sowie Relationen $R_i \subset S \times S$, $i = 1, 2, 3$.

(a) $R_1 = \{(1,3), (4,2), (2,4), (2,3), (3,1)\}$
Ist R_1 eine symmetrische oder anti-symmetrische Relation?

(b) $R_2 = \{(1,3), (4,2), (4,4), (2,4)\}$
Ist R_2 eine anti-symmetrische Relation?

(c) $R_3 = \{(1,1), (1,3), (2,2), (3,1), (4,4)\}$
Ist R_3 eine reflexive Relation?

(6 Punkte)

Aufgabe 3

Gegeben seien Mengen A, B, E, F, M und N mit $A, B \subset M$ bzw. $F, E \subset N$, sowie eine Abbildung $f : M \to N$. Zeigen Sie:

(a) $f^{-1}(E \cup F) = f^{-1}(E) \cup f^{-1}(F)$

(b) $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$

(6 Punkte)

Aufgabe 4

Gegeben seien die folgenden Abbildungen für die Mengen A, B, C und D gegeben: $f_s : A \to B$, $g : B \to C$, $h : B \to C$ und $f_i : C \to D$. Zeigen Sie:

(a) Falls f_s surjektiv ist, gilt die Implikation: $(g \circ f_s = h \circ f_s) \Rightarrow g = h$

(b) Falls f_i injektiv ist, gilt die Implikation: $(f_i \circ g = f_i \circ h) \Rightarrow g = h$

(6 Punkte)