

# Mathematik für Informatiker I

Prof. Dr. Joachim Weickert  
PD Dr. Michael Breuß  
Wintersemester 2006/2007  
Ausgabe: 12.01.2007  
Abgabe: 19.01.2007 vor der Vorlesung

## Übungsblatt 11

### Aufgabe 1

Beweisen Sie die Gültigkeit der folgenden Beziehungen.

(a)  $\sin^2(\varphi) + \cos^2(\varphi) = 1$

(b)  $e^{i\varphi} = \cos(\varphi) + i \sin(\varphi)$  (Moivre-Formel)

(4 Punkte)

### Aufgabe 2

Berechnen Sie mit Hilfe der Definition aus Absatz 18.2 die Ableitung der Funktion  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x) = \sqrt{x}$ .

Tip: Sie können zur Vereinfachung der auftretenden Terme eine der binomischen Formeln benutzen.

(4 Punkte)

### Aufgabe 3

Differenzieren Sie die folgenden Funktionen:

(a)  $a(x) = \sin(\sin(\sin(x))) \cos(x)$ ,  $a : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

(b)  $b(x) = \frac{\cos(x)}{2 \sin^2(x)}$ ,  $b : \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\} \rightarrow \mathbb{R}$

(c)  $c(x) = x^{(x^x)}$ ,  $c : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$

(d)  $d(x) = x^{2x} + x^{x^2}$ ,  $d : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$

(8 Punkte)

#### Aufgabe 4

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte:

- (a)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 3^x}{27 - 9x}$
- (b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{\cos(x) + 4}$
- (c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$
- (d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(e^x + 1) - 2(e^x - 1)}{x^3}$
- (e)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\ln(-x) \cdot x}{(1 + x)^2}$

(8 Punkte)