

11. Übung zur Mathematik für Informatiker II

Aufgabe 1: (1+1+1+1 Punkte)

Klein Carl-Friedrich möchte sich mit der Binomialverteilung vertraut machen. Die Zufallsvariable X sei $b_{n,p}$ -verteilt.

- a) Dazu zeigt er erst einmal, dass für $k = 1, \dots, n$ gilt:

$$P_X(k) = \frac{p}{1-p} \cdot \frac{n-k+1}{k} P_X(k-1).$$

Sorgfältig zeichnet er jeweils ein Histogramm mit Intervallbreite 1 für eine Zufallsvariable, die nach b) $b_{6, \frac{1}{4}}$, c) $b_{6, \frac{1}{2}}$, d) $b_{6, \frac{3}{4}}$ verteilt ist. Das können Sie sicher auch.

Aufgabe 2: (1+2+3 Punkte)

Carl-Friedrichs Vertrauen in seine Fähigkeiten wächst: Er berechnet die Wahrscheinlichkeit, dass bei einem 10-maligem Münzwurf 3 bis 6 mal Kopf oben liegt.

- Er veranschaulicht sich die zu berechnende Wahrscheinlichkeit in einem entsprechenden Histogramm.
- Die erste Rechnung ist exakt,
- Die zweite Berechnung macht er mit Hilfe einer Approximation durch die Normalverteilung, deren Dichtefunktion er in seine Skizze einträgt.

Machen Sie es ihm nach.

Aufgabe 3: (1+1+1+1 Punkte)

Betrachten Sie die Poisson-Verteilung zum Parameter $\lambda > 0$.

a) Zeigen Sie, dass für $k \in \mathbb{N}$ gilt:

$$P_X(k+1) = \frac{\lambda}{k+1} P_X(k).$$

Zeichnen Sie jeweils ein Histogramm mit der Intervallbreite 1 für diese Verteilung, wenn a) $\lambda = 1$, b) $\lambda = 3$, c) $\lambda = 4$ ist.

Aufgabe 4: (2+2 Punkte)

Ein verrauschter Sender hat eine Fehlerwahrscheinlichkeit von 0,01 für jedes übertragene Bit.

- a) Berechnen Sie exakt die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mehr als ein Fehler in einer 10-Bit Nachricht vorkommt.
- b) Berechnen Sie nun diesen Fehler, indem Sie die Poisson-Approximation verwenden.

Aufgabe 5: (2+2 Punkte)

Sie würfeln mit zwei fairen Würfeln. Die Zufallsvariablen X_1 und X_2 geben jeweils die Augenzahl der Würfe wieder.

- a) Bestimmen Sie die Verteilung der Summe der Augenzahlen, beschrieben durch die Zufallsvariable $X_1 + X_2$.
- b) Verifizieren Sie für diese Zufallsvariablen die Gleichung

$$P_{X_1+X_2} = P_{X_1} * P_{X_2}.$$

Dabei bezeichnet „*“ die Faltung.

Abgabetermin: Freitag, 9. 7. 2004 vor der Vorlesung