Universität des Saarlandes
Fakultät für Mathematik und Informatik
Sommersemester 2004

Prof. Dr. Joachim Weickert
Dr. Bernhard Burgeth

# 8. Übung zur Mathematik für Informatiker II

**Aufgabe 1:** (5 Punkte)

Bestimmen Sie alle lokalen Extrema der auf $\mathbb{R}^2$ definierten Funktion

$$f(x,y) = (4x^2 + y^2)\, e^{-x^2-4y^2} \, .$$

**Aufgabe 2:** (3 Punkte)

Finden Sie das Maximum der Funktion

$$f(x_1, \ldots, x_n) = \sqrt[n]{x_1 \cdot \ldots \cdot x_n} \, ,$$

wenn die Zahlen $x_1, \ldots, x_n$ positiv sind und $\sum_{i=1}^{n} x_i = c$ erfüllen, mit einer Konstanten $c > 0$.

**Aufgabe 3:** (4 Punkte)

Bestimmen Sie das Maximum der Funktion

$$f(x,y,z) = x + 2y + 3z$$

auf der Schnittmenge der Ebene $x - y + z = 1$ und dem Zylinder $x^2 + y^2 = 1$.

**Aufgabe 4:** (4 Punkte)

Leiten Sie die Euler-Lagrange'sche Differenzialgleichung zu dem Variationsproblem

$$I(y(x)) := \int_a^b \sqrt{1 + y'^2} \, \mathrm{d}x \stackrel{!}{=} \mathrm{Min}$$

(für zweimal stetig differenzierbare Funktionen $y(x)$ auf dem Intervall $[a,b]$) her. Zeigen Sie, dass lineare Funktionen $y(x)$ diese Differenzialgleichung erfüllen.

*Bemerkung:* Wie sie aus den Vorlesungen über Kurvenintegrale und Bogenlänge wissen, beschreibt das zu minimierende Funktional $I(y(x))$ gerade die euklidische Länge der Kurve der Funktion $y(x)$ über dem Intervall $[a, b]$. Dass lineare Funktionen die Differenzialgleichung erfüllen, beweist, dass Geraden Kurven minimaler Länge zwischen ihren Endpunkten sind.

**Aufgabe 5:** (4 Punkte)

Berechnen Sie das vom Ellipsoid

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

mit $a, b, c > 0$ eingeschlossene Volumen.

**Abgabetermin:** Freitag, 18. 6. 2004 vor der Vorlesung