Universität des Saarlandes
Fakultät für Mathematik und Informatik
Sommersemester 2004

Prof. Dr. Joachim Weickert
Dr. Bernhard Burgeth

3. Übung zur Mathematik für Informatiker II

Aufgabe 1: (3+1 Punkte)

Gegeben seien im $\mathbb{R}^3$ die Orthonormalbasen
$\mathcal{B}_1 = \{\frac{1}{\sqrt{2}}(-1,1,0)^\top, \frac{1}{\sqrt{6}}(-1,-1,2)^\top, \frac{1}{\sqrt{3}}(1,1,1)^\top\}$ und
$\mathcal{B}_2 = \{\frac{1}{7}(3,-6,2)^\top), \frac{1}{7}(2,3,6)^\top), \frac{1}{7}(6,2,-3)^\top)\}$.

a) Bestimmen Sie die Transformationsmatrix (=Übergangsmatrix) T von $\mathcal{B}_1$ nach $\mathcal{B}_2$.

b) Sei $b_1 = (-3,2,1)$ der Koordinatenvektor eines Vektors aus dem $\mathbb{R}^3$ bezüglich der Basis $\mathcal{B}_1$. Wie lautet der entsprechende Koordinatenvektor b_2 bezüglich der Basis $\mathcal{B}_2$?

Aufgabe 2: (4 Punkte)

Bestimmen Sie die Eigenwerte und eine Basis der Eigenräume der Matrix

$$A := \begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 3 & -5 & 3 \\ 6 & -6 & 4 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 3: (4 Punkte)

Berechnen Sie eine orthogonale Matrix, die

$$A := \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$$

mit $b \neq 0$ diagonalisiert.

Aufgabe 4: (4 Punkte)

Stellen Sie die Matrix

$$A := \begin{pmatrix} -2 & 0 & -36 \\ 0 & -3 & 0 \\ -36 & 0 & -23 \end{pmatrix}$$

in der Form $A = V\,D\,V^\top$ dar, wobei D eine Diagonalmatrix, V eine Orthogonalmatrix ist.

Aufgabe 5: (4 Punkte)

Gibt es eine *reelle* Matrix M, welche die Gleichung $M^2 = A$ erfüllt, falls

a) $A := \begin{pmatrix} 70 & 0 & 42 \\ 0 & 112 & 42 \\ 42 & 42 & 161 \end{pmatrix}$; b) $A := \dfrac{1}{3} \begin{pmatrix} 31 & 36 & -12 \\ 36 & -23 & 24 \\ -12 & 24 & 41 \end{pmatrix}$? (Begründung)

Berechnen Sie gegebenenfalls diese Matrix M .

Abgabetermin: Freitag, 14. 5. 2004 vor der Vorlesung