

## 13. Übung zur Mathematik für Informatiker I

Anmerkung: Bei allen Aufgaben muss der Rechenweg klar erkennbar sein !

### Aufgabe 1: (2+2 Punkte)

Gegeben sei die auf  $\mathbb{R}$  definierte Funktion

$$f(x) = \frac{1}{1 + |x|}.$$

- Ist der Flächeninhalt, den der Graph von  $f$  mit der  $x$ -Achse einschließt, endlich?
- Bestimmen Sie das Volumen des Rotationskörpers, der entsteht, wenn der Graph dieser Funktion um die  $x$ -Achse rotiert.

### Aufgabe 2: (4 Punkte)

Bestimmen Sie die Bogenlänge des Graphen der Funktion

$$f(x) = \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}}$$

im Intervall  $[0, 1]$ .

*Hinweis:* Stellen Sie den Graphen als parametrisierte Kurve dar.

### Aufgabe 3: (4 Punkte)

Parametrisieren Sie die konische Spirale

$$c(t) = e^{-t} (\sin t, \cos t, 1)^{\top} \quad (t \in \mathbb{R})$$

auf Bogenlänge um. Die Bogenlänge soll bei  $t = 0$  beginnen.

**Aufgabe 4:** (4 Punkte)

Eine gleichseitige Astroide ist definiert durch

$$c(t) = (a \cos^3 t, a \sin^3 t)^\top$$

mit  $a > 0$  und  $t \in [0, 2\pi]$ . Berechnen Sie den Inhalt der von der Kurve eingeschlossenen Fläche.

**Aufgabe 5:** (4 Punkte)

Berechnen Sie das Volumen zwischen

$$f(x, y) = 7xy + 2x^2$$

und der  $x$ - $y$ -Ebene im Bereich  $D = [1, 3] \times [2, 4]$ . Zeigen Sie, dass das Resultat nicht von der Integrationsreihenfolge abhängt.

**Abgabetermin:** Freitag, 06. 02. 2004 **vor** der Vorlesung