

12. Übung zur Mathematik für Informatiker I

Anmerkung: Bei allen Aufgaben muss der Rechenweg klar erkennbar sein !
Numerische Berechnungen sind mit Taschenrechnerngenauigkeit auszuführen

Aufgabe 1: (3 Punkte)

Zeigen Sie, dass gilt:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n} \right) = \ln 2.$$

Aufgabe 2: (2+3 Punkte)

Berechnen Sie die Integrale

$$\text{a) } \int_0^1 x^p (1-x)^q dx \quad \text{b) } \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1+x^4} dx$$

wobei $p, q \in \mathbb{N}$.

Aufgabe 3: (2+2+3 Punkte)

Beweisen Sie die Konvergenz der Integrale

$$\text{a) } \int_0^{+\infty} \sin(x^2) dx \quad \text{b) } \int_0^1 \frac{1}{x} \sin \frac{1}{x} dx.$$

c) Beweisen Sie die Konvergenz und die Gleichheit der Integrale

$$\int_0^{+\infty} \cos(x^2) dx \quad \text{und} \quad \frac{1}{2} \int_0^{+\infty} \frac{\sin(x^2)}{x^2} dx.$$

Aufgabe 4: (2+3 Punkte)

Berechnen Sie näherungsweise den Wert des Integrals

$$\int_0^{\sqrt{\pi}} \sin(x^2) \, dx$$

- a) mit Hilfe der Trapezregel,
- b) durch Romberg-Quadratur der Fehlerordnung 8.

Abgabetermin: Freitag, 30. 01. 2004 **vor** der Vorlesung