

11. Übung zur Mathematik für Informatiker I

Anmerkung: *Bei allen Aufgaben muss der Rechenweg klar erkennbar sein !*

Numerische Berechnungen sind mit Taschenrechnergenauigkeit auszuführen

Aufgabe 1: (1+3 Punkte)

Im Gegensatz zum klassischen Newton-Verfahren spart man sich beim *vereinfachten* Newton-Verfahren die Berechnung der Ableitungswerte $f'(x_k)$, $k = 1, 2, \dots$, und verwendet jeweils nur $f'(x_0)$. Die Iterationsvorschrift lautet also

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_0)}.$$

- Interpretieren Sie dieses Verfahren grafisch-geometrisch.
- Berechnen Sie eine Näherungslösung der Gleichung $x^3 = 2$, indem Sie 6 Iterationen des vereinfachten Newton-Verfahrens mit Startwert $x_0 = 1.4$ ausführen.

Aufgabe 2: (3 Punkte)

Es sei a eine positive reelle Zahl. Berechnen Sie das Integral

$$\int_0^a x \, dx ,$$

indem Sie es durch eine Riemann-Summe approximieren und die Feinheit der Zerlegung gegen 0 streben lassen. Achten Sie auf eine sinnvolle Wahl der Zerlegungen des Integrationsintervalls.

Aufgabe 3: (3 Punkte)

Zu jeder reellen Zahl x bezeichnet $\lfloor x \rfloor$ diejenige ganze Zahl z , für die gilt $z \leq x < z + 1$. Bestimmen Sie

$$\int_0^7 \lfloor x \rfloor \, dx .$$

Aufgabe 4: (4 Punkte)

Beweisen Sie indirekt: Ist die Funktion f im Intervall $[a, b]$ stetig und nichtnegativ mit $\int_a^b f(x) dx = 0$, so gilt $f(x) = 0$ für alle $x \in [a, b]$.

Aufgabe 5: (2+2+2 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden unbestimmten Integrale:

a) $\int (x - 1)^2(x + 1) dx$

b) $\int x \cos(2x) dx$

c) $\int \frac{(\ln x)^2}{x} dx$.

Abgabetermin: Freitag, 23. 01. 2004 **vor** der Vorlesung