Universität des Saarlandes
Fakultät für Mathematik und Informatik
Wintersemester 2003/2004

Prof. Dr. Joachim Weickert
Dr. Bernhard Burgeth
Dr. Martin Welk

2. Übung zur Mathematik für Informatiker I

Aufgabe 1: (5 Punkte)

a) Beweisen Sie für $n \in \mathbb{N}$ die Summenformel

$$\sum_{k=1}^{n} k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}\,.$$

b) Versuchen Sie, die Aussage "$2n + 1$ ist für natürliche Zahlen $n > 99$ durch 2 teilbar" durch vollständige Induktion zu beweisen. Woran scheitern Sie?

1) An der Induktionsannahme,
2) am Induktionsschluss
3) oder am Induktionsanfang ?

Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 2: (4 Punkte)

Untersuchen Sie für jede der folgenden Relationen R, ob es sich um eine Äquivalenzrelation oder um eine Ordnungsrelation handelt. Begründen Sie Ihre Antwort. Die Grundmenge ist jeweils die Menge der Einwohner des Saarlandes.

a) xRy bedeute: „x ist Geschwister von y “.

b) xRy bedeute: „x ist direkter Nachkomme von y “.

Aufgabe 3: (6 Punkte)

Es sei R eine Äquivalenzrelation auf einer Menge S, die zu $a \in S$ die Äquivalenzklasse $[a]$ definiert. Zeigen Sie: $\quad b \in [a] \quad \Longrightarrow \quad [b] = [a]\,.$

Aufgabe 4: (5 Punkte)

Gegeben seien Mengen A, B, E, F, M und N mit A, $B \subset M$ bzw. F, $E \subset N$, sowie eine Abbildung $f : M \to N$. Zeigen Sie:

a) $f^{-1}(E \cup F) = f^{-1}(E) \cup f^{-1}(F)$,

b) $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$.

Abgabetermin: Freitag, 7. 11. 2003 **vor** der Vorlesung