Universität des Saarlandes
Fakultät für Mathematik und Informatik
Prof. Dr. Joachim Weickert

Sommersemester 2002

4. Übung zur Mathematik für Informatiker II

Aufgabe 1: (8 Punkte)

Beweisen Sie Satz 7.2 aus der Vorlesung:
Seien $u, v, w \in \mathbb{R}^n$ und $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Dann gilt:

(a) $u + v = v + u$.

(b) $(u + v) + w = u + (v + w)$.

(c) $u + 0 = 0 + u = u$.

(d) $u + (-u) = 0$.

(e) $\alpha(\beta u) = (\alpha\beta)u$.

(f) $\alpha(u + v) = \alpha u + \alpha v$.

(g) $(\alpha + \beta)v = \alpha v + \beta v$.

(h) $1v = v$.

Aufgabe 2: (6 Punkte)

Die p-Norm eines Vektors $v = (v_1, ..., v_n)^\top \in \mathbb{R}^n$ wird definiert als

$$\|v\|_p := \left(\sum_{i=1}^{n} |v_i|^p\right)^{1/p} \qquad (1 \leq p < \infty).$$

und

$$\|v\|_\infty := \max\{|v_1|, ..., |v_n|\}.$$

Zeichnen Sie die Einheitskreise für $p = 1$, 2 und ∞.

Aufgabe 3: (4 Punkte)

Berechnen Sie die Distanz der Punkte $(3,7)^\top$ und $(2,5)^\top$ in den durch die p-Normen aus Aufgabe 2 induzierten Metriken für $p = 1$, 2 und ∞.
Überlegen Sie sich, warum man für $p = 1$ von der Cityblock-Metrik spricht.

Aufgabe 4: (6 Punkte)

Bestimmen Sie den Winkel zwischen den Funktionen $u(x) := 1 - x + 2x^2$ und $v(x) := 2x + x^2$ im Raum $C[-1,1]$ versehen mit dem Skalarprodukt

$$\langle u, v\rangle := \int_{-1}^{1} u(x)\, v(x)\, dx.$$

Aufgabe 5: (6 Punkte)

Stellen Sie $u = (-1,0,2)^\top$ bzgl. der Orthogonalbasis

$$\{(2,-1,1)^\top,\ (4,2,-4)^\top,\ (1,2,2)^\top\}$$

des euklidischen Raums $\mathbb{R}^3$ dar.

Abgabetermin: Donnerstag, 10. 5. 2002 vor der Vorlesung