Universität des Saarlandes
Fakultät für Mathematik und Informatik
Prof. Dr. Joachim Weickert

Sommersemester 2002

2. Übung zur Mathematik für Informatiker II

Aufgabe 1: (6 Punkte)

Untersuchen Sie folgende Integrale auf Konvergenz:

a) $\int\limits_{-\infty}^{\infty} |x|\, e^{-x^2}\, dx$

b) $\int\limits_{-1}^{1} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$

Aufgabe 2: (6 Punkte)

Für die Konvergenz eines uneigentlichen Integrals $\int\limits_{0}^{\infty} f(x)\, dx$ muss interessanterweise nicht unbedingt $f(x) \to 0$ für $x \to \infty$ gelten: Zeigen Sie die Konvergenz von

$$\int\limits_{0}^{\infty} \sin(x^2)\, dx.$$

Aufgabe 3: (6 Punkte)

Zeigen Sie, dass $\int\limits_{-\infty}^{x} \frac{e^t}{t}\, dt$ für alle $x < 0$ absolut konvergiert.

Aufgabe 4: (6 Punkte)

Beweisen Sie mit vollständiger Induktion folgenden Satz zur Romberg-Quadratur:
Sei $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ mindestens $2m+2$ mal stetig differerenzierbar und $T_h[f]$ die Trapez-approximation von $\int_a^b f(x)\, dx$ mit Schrittweite h. Dann erhält man mit der Rekursionsformel

$$\begin{aligned} P_{k,0} &= T_{h/2^k}[f] && (k = 0, ..., m) \\ P_{k,j} &= \frac{4^j P_{k,j-1} - P_{k-1,j-1}}{4^j - 1} && (j = 1, ..., m; \quad k = j, ..., m) \end{aligned}$$

in $P_{m,m}$ eine Quadraturformel der Fehlerordung $2m+2$.

Aufgabe 5: (6 Punkte)

Verwenden Sie die Newton-Cotes-Formeln vom Grad 0 bis 4 zur "manuellen" Auswertung von $\int_0^{2/3} e^{-x} \cos x \, dx$ in einem einzigen Intervall. Vergleichen Sie mit der exakten Lösung.

Abgabetermin: Donnerstag, 25. 4. 2002 vor der Vorlesung