

Klassifizierung handschriftlicher Zahlen

Buch von L. Eldén

Vorgestellt von Florian Schwander

Betreut von Sarah Schäffer

Dezember 9, 2015

Übersicht

- 1 Einleitung
- 2 Ein naiver Ansatz
- 3 Verbesserung mittels Singulärwertzerlegung
- 4 Präzisere Zuordnung durch Tangens-Abstand
- 5 Zusammenfassung
- 6 Literatur

Übersicht

- 1 Einleitung
- 2 Ein naiver Ansatz
- 3 Verbesserung mittels Singulärwertzerlegung
- 4 Präzisere Zuordnung durch Tangens-Abstand
- 5 Zusammenfassung
- 6 Literatur

Darstellungsvarianten der Daten



Figure 1: Handschriftliche Zahlen aus der Datenbank der US-Post [1]

Darstellungsvarianten der Daten

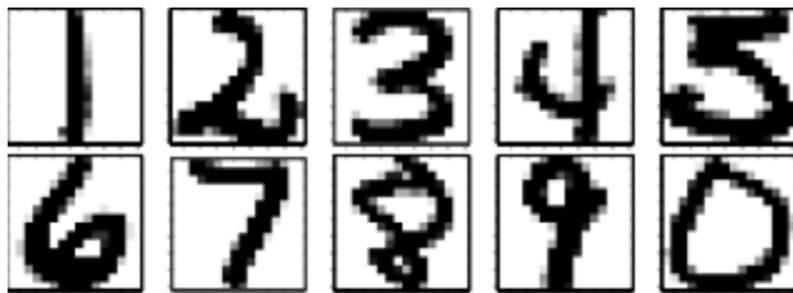


Figure 1: Handschriftliche Zahlen aus der Datenbank der US-Post [1]

Mögliche Darstellungen:

- Als 16 x 16 Graustufenbild

Darstellungsvarianten der Daten

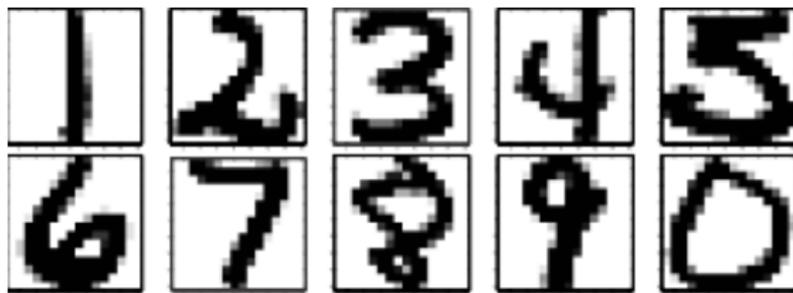


Figure 1: Handschriftliche Zahlen aus der Datenbank der US-Post [1]

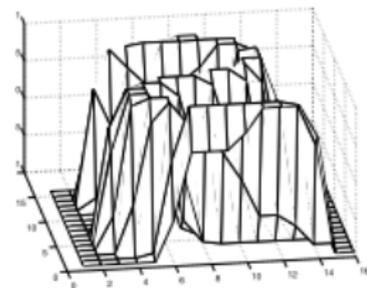


Figure 2: Zahl als Funktion [1]

Mögliche Darstellungen:

- Als 16×16 Graustufenbild
- Als Funktion $s = s(x, y)$

Darstellungsvarianten der Daten

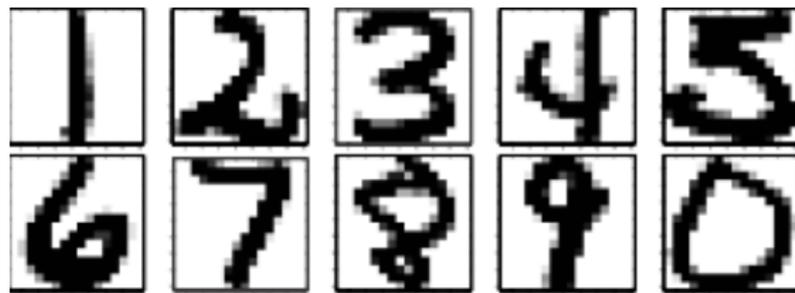


Figure 1: Handschriftliche Zahlen aus der Datenbank der US-Post [1]

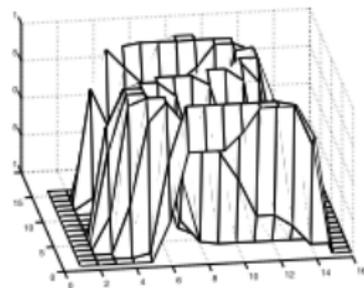


Figure 2: Zahl als Funktion [1]

Mögliche Darstellungen:

- Als 16×16 Graustufenbild
- Als Funktion $s = s(x, y)$
- Als mehrere Vektoren im \mathbb{R}^{256}

Formale Definition

- Formale Definition: Gegeben eine Sammlung manuell klassifizierter Zahlen, (das sog. Training-Set). Klassifiziere damit eine Sammlung von unbekanntem Zahlen (das Test-Set). [1]

Formale Definition

- Formale Definition: Gegeben eine Sammlung manuell klassifizierter Zahlen, (das sog. Training-Set). Klassifiziere damit eine Sammlung von unbekanntem Zahlen (das Test-Set). [1]
- Wir werden dafür den euklidischen Abstand als Basis-Distanz verwenden.

Übersicht

- 1 Einleitung
- 2 Ein naiver Ansatz**
- 3 Verbesserung mittels Singulärwertzerlegung
- 4 Präzisere Zuordnung durch Tangens-Abstand
- 5 Zusammenfassung
- 6 Literatur

Ein erster Algorithmus

Algorithmus: Simple Klassifizierung [1]

Vorbereitung:

Berechne die Mittelwerte (Zentroiden) $m_i, i = 0, \dots, 9$ aller 10 Klassen im Trainings-Set.

Klassifizierung:

Klassifiziere jede Zahl im Test-Set als k , falls m_k der Mittelwert mit dem kleinsten Abstand ist.

- Wie gut ist dieser Algorithmus?

Ein erster Algorithmus

Algorithmus: Simple Klassifizierung [1]

Vorbereitung:

Berechne die Mittelwerte (Zentroiden) $m_i, i = 0, \dots, 9$ aller 10 Klassen im Trainings-Set.

Klassifizierung:

Klassifiziere jede Zahl im Test-Set als k , falls m_k der Mittelwert mit dem kleinsten Abstand ist.

- Wie gut ist dieser Algorithmus?
- Seine Erkennungsquote ist 75%, wir wollen mehr.

Ein erster Algorithmus

Algorithmus: Simple Klassifizierung [1]

Vorbereitung:

Berechne die Mittelwerte (Zentroiden) $m_i, i = 0, \dots, 9$ aller 10 Klassen im Trainings-Set.

Klassifizierung:

Klassifiziere jede Zahl im Test-Set als k , falls m_k der Mittelwert mit dem kleinsten Abstand ist.

- Wie gut ist dieser Algorithmus?
- Seine Erkennungsquote ist 75%, wir wollen mehr.
- Was fehlt?

Ein erster Algorithmus

Algorithmus: Simple Klassifizierung [1]

Vorbereitung:

Berechne die Mittelwerte (Zentroiden) $m_i, i = 0, \dots, 9$ aller 10 Klassen im Trainings-Set.

Klassifizierung:

Klassifiziere jede Zahl im Test-Set als k , falls m_k der Mittelwert mit dem kleinsten Abstand ist.

- Wie gut ist dieser Algorithmus?
- Seine Erkennungsquote ist 75%, wir wollen mehr.
- Was fehlt? Die Variation innerhalb der Klassen wird ignoriert.

Übersicht

- 1 Einleitung
- 2 Ein naiver Ansatz
- 3 Verbesserung mittels Singulärwertzerlegung**
- 4 Präzisere Zuordnung durch Tangens-Abstand
- 5 Zusammenfassung
- 6 Literatur

Anpassung des Modells

- Man kann die Spaltenvektoren der Instanzen einer Zahl im Trainings-Sets übereinander anordnet um eine Matrix zu erhalten.

Anpassung des Modells

- Man kann die Spaltenvektoren der Instanzen einer Zahl im Trainings-Sets übereinander anordnet um eine Matrix zu erhalten.
- Wir erhalten für jede Zahl eine Matrix A , deren Spalten einen linearen Unterraum des \mathbb{R}^{256} aufspannen.

Anpassung des Modells

- Man kann die Spaltenvektoren der Instanzen einer Zahl im Trainings-Sets übereinander anordnet um eine Matrix zu erhalten.
- Wir erhalten für jede Zahl eine Matrix A , deren Spalten einen linearen Unterraum des \mathbb{R}^{256} aufspannen.
- Idee: Führe die Vergleiche in eine orthogonale Basis der Unterräume durch.

Anpassung des Modells

- Man kann die Spaltenvektoren der Instanzen einer Zahl im Trainings-Sets übereinander anordnet um eine Matrix zu erhalten.
- Wir erhalten für jede Zahl eine Matrix A , deren Spalten einen linearen Unterraum des \mathbb{R}^{256} aufspannen.
- Idee: Führe die Vergleiche in eine orthogonale Basis der Unterräume durch.
- Diese kann durch die Singulärwertzerlegung berechnet werden.

Orthogonale Basen der Zahlen

- Da jede Spalte in den Matrizen A zu einem Bild der gleichen Zahl gehört bilden die linksseitigen Singulärvektoren (Singulärbilder) u_i eine Orthogonalbasis dieser Zahl.

Orthogonale Basen der Zahlen

- Da jede Spalte in den Matrizen A zu einem Bild der gleichen Zahl gehört bilden die linksseitigen Singulärvektoren (Singulärbilder) u_i eine Orthogonalbasis dieser Zahl.
- In A ist $a_j = \sum_{i=1}^m (\sigma_i v_{ij}) u_i$. Daher hat ein Bild j in der Basis A die Koordinaten $\sigma_i v_{ij}$.

Grafische Repräsentation I

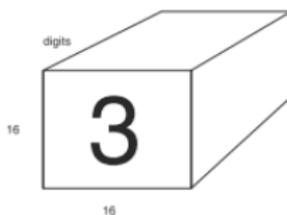


Figure 3: Approximation der Zahl 3 [1]

- Wenn man den ersten Singulärvektor u_1 wieder in ein Bilder überführt erhält man eine Approximation der zugehörigen Zahl.

Grafische Repräsentation I

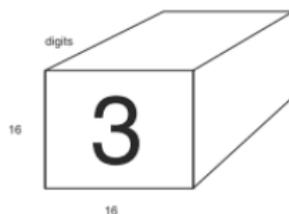


Figure 3: Approximation der Zahl 3 [1]

- Wenn man den ersten Singulärvektor u_1 wieder in ein Bilder überführt erhält man eine Approximation der zugehörigen Zahl.
- Die nachfolgenden Singulärvektoren beschreiben die dominanten Variationen im Training-Set.

Grafische Repräsentation I

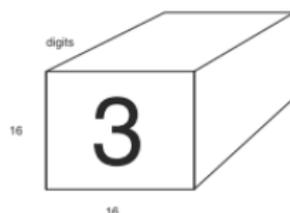


Figure 3: Approximation der Zahl 3 [1]

- Wenn man den ersten Singulärvektor u_1 wieder in ein Bilder überführt erhält man eine Approximation der zugehörigen Zahl.
- Die nachfolgenden Singulärvektoren beschreiben die dominanten Variationen im Training-Set.
- Die Ähnlichkeit im ersten Singulärbild ist dabei groß, alle Nachfolgenden variieren stark.

Grafische Repräsentation II

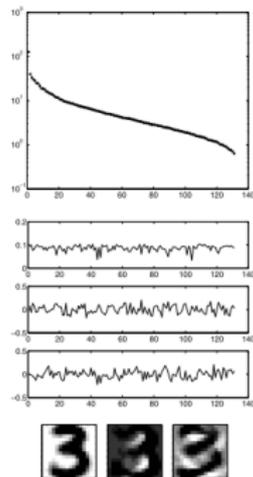


Figure 4: Singulärwerte (oben), Koordinaten der Test-Bilder in den ersten drei Singulärbildern (mitte), die ersten drei Singulärbilder (unten) [1]

Ein neuer Ansatz

- Für die Klassifizierung durch Singulärwerte soll gelten:

Ein neuer Ansatz

- Für die Klassifizierung durch Singulärwerte soll gelten:
 1. Jede Zahl lässt sich durch einige (Zahl experimentell ermitteln) Singulärbilder charakterisieren.

Ein neuer Ansatz

- Für die Klassifizierung durch Singulärwerte soll gelten:
 1. Jede Zahl lässt sich durch einige (Zahl experimentell ermitteln) Singulärbilder charakterisieren.
 2. Eine Expansion dieser Singulärbilder reicht zum Unterscheiden der verschiedenen Zahlen aus.

Ein neuer Ansatz

- Für die Klassifizierung durch Singulärwerte soll gelten:
 1. Jede Zahl lässt sich durch einige (Zahl experimentell ermitteln) Singulärbilder charakterisieren.
 2. Eine Expansion dieser Singulärbilder reicht zum Unterscheiden der verschiedenen Zahlen aus.
 3. Wenn sich eine unbekannte Zahl besser in der Basis einer bestimmten Zahl approximieren lässt, so ist sie vermutlich eine Instanz dieser Zahl.

Ein neuer Ansatz

- Für die Klassifizierung durch Singulärwerte soll gelten:
 1. Jede Zahl lässt sich durch einige (Zahl experimentell ermitteln) Singulärbilder charakterisieren.
 2. Eine Expansion dieser Singulärbilder reicht zum Unterscheiden der verschiedenen Zahlen aus.
 3. Wenn sich eine unbekannte Zahl besser in der Basis einer bestimmten Zahl approximieren lässt, so ist sie vermutlich eine Instanz dieser Zahl.
- Wir erhalten ein Problem der kleinsten Quadrate

$$\min_{\alpha} \|z - U_k \alpha\|_2,$$

wobei z die unbekannte Zahl und $U_k = (u_1 \ u_2 \ \dots \ u_k)$ ist.

Ein neuer Ansatz

- Da die Spalten von U_k orthogonal sind ist dessen Lösung $\alpha = U_k^T z$.

Ein neuer Ansatz

- Da die Spalten von U_k orthogonal sind ist dessen Lösung $\alpha = U_k^T z$.
- Deshalb ist die Norm des Fehlervektors $\|(I - U_k U_k^T)z\|_2$.

Ein neuer Ansatz

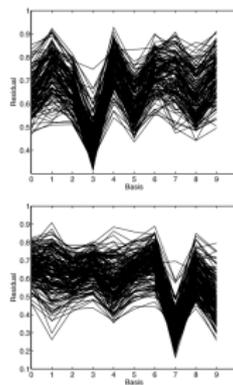


Figure 5: Relative Fehler aller Dreier (oben) und Siebener (unten) in allen Basen. 10 Vektoren pro Basis. [1]

- Die meisten Dreier und Siebener werden am besten in ihrer eigenen Basis approximiert.

Ein neuer Ansatz

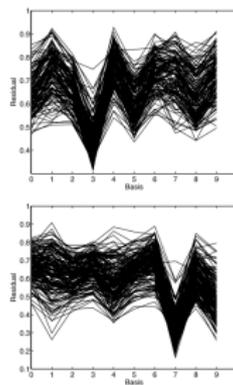


Figure 5: Relative Fehler aller Dreier (oben) und Siebener (unten) in allen Basen. 10 Vektoren pro Basis. [1]

- Die meisten Dreier und Siebener werden am besten in ihrer eigenen Basis approximiert.
- Manche Zahlen (z.B. 3 und 5) sind sich ähnlicher als andere (z.B. 3 und 4).

Ein simpler SV-Klassifizierungsalgorithmus

Algorithmus: Klassifizierung mit Singulärvektoren [1]

Vorbereitung:

Führe eine Singulärwertzerlegung für alle Klassen im Trainings-Set durch.

Klassifizierung:

Berechne den relativen Fehler der Testzahl in den 10 Basen. Falls ein Fehler deutlich kleiner ist als die anderen, klassifiziere als die zugehörige Zahl. Falls nicht breche ab.

Anmerkungen zum Algorithmus

- In der Testphase werden nur 10 Residuen berechnet. Das ist in Echtzeit durchführbar.

Anmerkungen zum Algorithmus

- In der Testphase werden nur 10 Residuen berechnet. Das ist in Echtzeit durchführbar.
- Es gibt Grenzen für die Verbesserung der Erkennung durch mehr Basisvektoren, hier

Anmerkungen zum Algorithmus

- In der Testphase werden nur 10 Residuen berechnet. Das ist in Echtzeit durchführbar.
- Es gibt Grenzen für die Verbesserung der Erkennung durch mehr Basisvektoren, hier

Anzahl Basisbilder	1	2	4	6	8	10
Richtig (%)	80	86	90	90.5	92	93

Anmerkungen zum Algorithmus

- In der Testphase werden nur 10 Residuen berechnet. Das ist in Echtzeit durchführbar.
- Es gibt Grenzen für die Verbesserung der Erkennung durch mehr Basisvektoren, hier

Anzahl Basisbilder	1	2	4	6	8	10
Richtig (%)	80	86	90	90.5	92	93

- Der beste Algorithmus dieser Art erreicht eine Erkennungsquote von 97%.

Anmerkungen zum Algorithmus

- In der Testphase werden nur 10 Residuen berechnet. Das ist in Echtzeit durchführbar.
- Es gibt Grenzen für die Verbesserung der Erkennung durch mehr Basisvektoren, hier

Anzahl Basisbilder	1	2	4	6	8	10
Richtig (%)	80	86	90	90.5	92	93

- Der beste Algorithmus dieser Art erreicht eine Erkennungsquote von 97%.
- Doch etwas fehlt. Wir suchen also weiter.

Übersicht

- 1 Einleitung
- 2 Ein naiver Ansatz
- 3 Verbesserung mittels Singulärwertzerlegung
- 4 Präzisere Zuordnung durch Tangens-Abstand**
- 5 Zusammenfassung
- 6 Literatur

Was können wir verbessern?

- Welche Probleme gibt es noch bei der Erkennung gut leserlicher Zahlen?

Was können wir verbessern?

- Welche Probleme gibt es noch bei der Erkennung gut leserlicher Zahlen?
- Wir suchen ein Distanzmaß, das kleine Veränderung (z.B. Verschiebung und Drehung) ignoriert.

Was können wir verbessern?

- Welche Probleme gibt es noch bei der Erkennung gut leserlicher Zahlen?
- Wir suchen ein Distanzmaß, das kleine Veränderung (z.B. Verschiebung und Drehung) ignoriert.
- Ein mögliches ist der Tangens-Abstand.

Invarianz unter Transformationen

- Sei p ein festes Muster (Zahl) in einem Bild.

Invarianz unter Transformationen

- Sei p ein festes Muster (Zahl) in einem Bild.
- Die Bilder werden hierfür als Punkte im \mathbb{R}^{256} betrachtet.

Invarianz unter Transformationen

- Sei p ein festes Muster (Zahl) in einem Bild.
- Die Bilder werden hierfür als Punkte im \mathbb{R}^{256} betrachtet.
- Wir analysieren zuerst die Bewegung entlang einer Kurve im \mathbb{R}^{256} .

Invarianz unter Transformationen

- Sei p ein festes Muster (Zahl) in einem Bild.
- Die Bilder werden hierfür als Punkte im \mathbb{R}^{256} betrachtet.
- Wir analysieren zuerst die Bewegung entlang einer Kurve im \mathbb{R}^{256} .

Die zugehörige Gleichung ist $s(p, \alpha)$ mit $s(p, 0) = p$

Invarianz unter Transformationen

- Sei p ein festes Muster (Zahl) in einem Bild.
- Die Bilder werden hierfür als Punkte im \mathbb{R}^{256} betrachtet.
- Wir analysieren zuerst die Bewegung entlang einer Kurve im \mathbb{R}^{256} .

Die zugehörige Gleichung ist $s(p, \alpha)$ mit $s(p, 0) = p$

Die Kurve ist im allgemeinen nichtlinear und kann durch die ersten zwei Terme eine Taylor-Reihe approximiert werden:

Invarianz unter Transformationen

- Sei p ein festes Muster (Zahl) in einem Bild.
- Die Bilder werden hierfür als Punkte im \mathbb{R}^{256} betrachtet.
- Wir analysieren zuerst die Bewegung entlang einer Kurve im \mathbb{R}^{256} .

Die zugehörige Gleichung ist $s(p, \alpha)$ mit $s(p, 0) = p$

Die Kurve ist im allgemeinen nichtlinear und kann durch die ersten zwei Terme eine Taylor-Reihe approximiert werden:

$$s(p, \alpha) = s(p, 0) + \frac{ds}{d\alpha}(p, 0)\alpha + O(\alpha^2) \approx p + t_p\alpha,$$

Invarianz unter Transformationen

- Sei p ein festes Muster (Zahl) in einem Bild.
- Die Bilder werden hierfür als Punkte im \mathbb{R}^{256} betrachtet.
- Wir analysieren zuerst die Bewegung entlang einer Kurve im \mathbb{R}^{256} .

Die zugehörige Gleichung ist $s(p, \alpha)$ mit $s(p, 0) = p$

Die Kurve ist im allgemeinen nichtlinear und kann durch die ersten zwei Terme eine Taylor-Reihe approximiert werden:

$$s(p, \alpha) = s(p, 0) + \frac{ds}{d\alpha}(p, 0)\alpha + O(\alpha^2) \approx p + t_p\alpha,$$

wobei $t_p = \frac{ds}{d\alpha}(p, 0)$ ein Vektor im \mathbb{R}^{256} ist.

Invarianz unter Transformationen

Eine Variation von α um 0 entspricht einer kleinen Verschiebung des Musters entlang der Tangente im Punkt p der Kurve.

Invarianz unter Transformationen

Eine Variation von α um 0 entspricht einer kleinen Verschiebung des Musters entlang der Tangente im Punkt p der Kurve.

- Wir wollen die Distanz zwischen p und einem anderen Muster $s(e, \alpha) \approx e + t_e \alpha$ als kleinsten Abstand zwischen deren Kurven beschreiben.

Invarianz unter Transformationen

Eine Variation von α um 0 entspricht einer kleinen Verschiebung des Musters entlang der Tangente im Punkt p der Kurve.

- Wir wollen die Distanz zwischen p und einem anderen Muster $s(e, \alpha) \approx e + t_e \alpha$ als kleinsten Abstand zwischen deren Kurven beschreiben.
- Wir benutzen die euklidische Distanz und erhalten ein Problem der kleinsten Quadrate:

Invarianz unter Transformationen

Eine Variation von α um 0 entspricht einer kleinen Verschiebung des Musters entlang der Tangente im Punkt p der Kurve.

- Wir wollen die Distanz zwischen p und einem anderen Muster $s(e, \alpha) \approx e + t_e \alpha$ als kleinsten Abstand zwischen deren Kurven beschreiben.
- Wir benutzen die euklidische Distanz und erhalten ein Problem der kleinsten Quadrate:

$$\min_{\alpha_p, \alpha_e} \|p + t_p \alpha_p - e - t_e \alpha_e\|_2 = \min_{\alpha_p, \alpha_e} \|(p - e) - (-t_p \ t_e) \begin{pmatrix} \alpha_p \\ \alpha_e \end{pmatrix}\|_2.$$

Multidimensionale Analyse

- Als nächstes wollen wir eine Bewegung entlang l Kurven mit Parameter $(\alpha_1 \dots \alpha_l)^T$ erlauben.

Multidimensionale Analyse

- Als nächstes wollen wir eine Bewegung entlang l Kurven mit Parameter $(\alpha_1 \dots \alpha_l)^T$ erlauben.
- Dazu betrachten wir den Abstand der Tangentialebenen in den Punkten p und e .

Multidimensionale Analyse

- Als nächstes wollen wir eine Bewegung entlang l Kurven mit Parameter $(\alpha_1 \dots \alpha_l)^T$ erlauben.
- Dazu betrachten wir den Abstand der Tangentialebenen in den Punkten p und e .
- Auch hier betrachten wir die ersten beiden Terme der Taylor-Reihe der Funktion $s(p, \alpha)$:

Multidimensionale Analyse

- Als nächstes wollen wir eine Bewegung entlang l Kurven mit Parameter $(\alpha_1 \dots \alpha_l)^T$ erlauben.
- Dazu betrachten wir den Abstand der Tangentialebenen in den Punkten p und e .
- Auch hier betrachten wir die ersten beiden Terme der Taylor-Reihe der Funktion $s(p, \alpha)$:

$$s(p, \alpha) = s(p, 0) + \sum_i^l \frac{ds}{d\alpha_i}(p, 0) \alpha_i + O(\|\alpha\|_2^2) \approx p + T_p \alpha, \text{ mit}$$
$$T_p = \left(\frac{ds}{d\alpha_1} \quad \frac{ds}{d\alpha_2} \quad \dots \quad \frac{ds}{d\alpha_l} \right) \text{ im Punkt } (p, 0).$$

Multidimensionale Analyse

- Der Tangens-Abstand ist nun der kleinstmögliche Fehler:

Multidimensionale Analyse

- Der Tangens-Abstand ist nun der kleinstmögliche Fehler:

$$\min_{\alpha_p, \alpha_e} \|p + T_p \alpha_p - e - T_e \alpha_e\|_2 = \min_{\alpha_p, \alpha_e} \|(p - e) - (-T_p \ T_e) \begin{pmatrix} \alpha_p \\ \alpha_e \end{pmatrix}\|_2$$

Multidimensionale Analyse

- Der Tangens-Abstand ist nun der kleinstmögliche Fehler:

$$\min_{\alpha_p, \alpha_e} \|p + T_p \alpha_p - e - T_e \alpha_e\|_2 = \min_{\alpha_p, \alpha_e} \|(p - e) - (-T_p \ T_e) \begin{pmatrix} \alpha_p \\ \alpha_e \end{pmatrix}\|_2$$

- Nach QR-Dekomposition erhalten wir als Norm der Residuen:

$$\|Q_2^T b\|_2^2, \text{ mit } b = p - e$$

Dies zeigt, dass der Tangens-Abstand bei Bewegung entlang der Tangentialebenen gleich bleibt.

Visualisierung

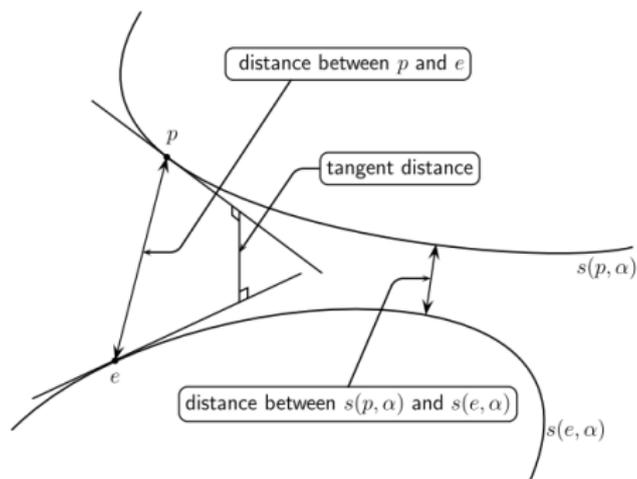


Figure 6: Illustration des Tangens-Abstand [1]

Verschiedene Transformationen

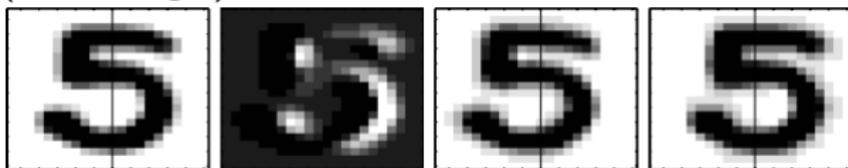
- Wir betrachten das Muster nun als Funktion $p = p(x,y)$.

Verschiedene Transformationen

- Wir betrachten das Muster nun als Funktion $p = p(x,y)$.
- Die Ableitungen der folgenden Transformationen können als Differenzialoperator dargestellt werden. Er ist jeweils eine Linearkombination der Ableitungen $p_x = \frac{dp}{dx}$ und $p_y = \frac{dp}{dy}$.

Verschiedene Transformationen

- Wir betrachten das Muster nun als Funktion $p = p(x,y)$.
- Die Ableitungen der folgenden Transformationen können als Differenzialoperator dargestellt werden. Er ist jeweils eine Linearkombination der Ableitungen $p_x = \frac{dp}{dx}$ und $p_y = \frac{dp}{dy}$.
- Verschiebung $s(p, \alpha_x)(x, y) = p(x + \alpha_x, y)$.
In x-Richtung: $\frac{d}{d\alpha_x}(s(p, \alpha_x)(x, y)) |_{\alpha_x=0} = p_x(x, y)$
(Kettenregel)



Originalbild (links), Ableitung (zweites von links),
Verschiebungen (rechts) [1]

Verschiedene Transformationen

- Drehung um α_r :

$$\begin{pmatrix} \cos \alpha_r & \sin \alpha_r \\ -\sin \alpha_r & \cos \alpha_r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Wenn man die zugehörige Funktion ableitet und $\alpha_r = 0$ setzt erhält man $yp_x - xp_y$



Verschiedene Transformationen

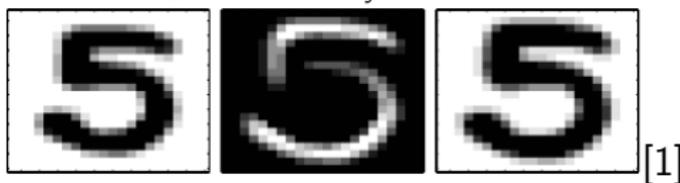
- Drehung um α_r :

$$\begin{pmatrix} \cos \alpha_r & \sin \alpha_r \\ -\sin \alpha_r & \cos \alpha_r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Wenn man die zugehörige Funktion ableitet und $\alpha_r = 0$ setzt erhält man $yp_x - xp_y$



- Skalierung: $xp_x + yp_y$



Verschiedene Transformationen

- Drehung um α_r :

$$\begin{pmatrix} \cos \alpha_r & \sin \alpha_r \\ -\sin \alpha_r & \cos \alpha_r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Wenn man die zugehörige Funktion ableitet und $\alpha_r = 0$ setzt erhält man $yp_x - xp_y$



- Skalierung: $xp_x + yp_y$



- Streckung entlang einer Achse/Diagonalen und Dickenänderung funktionieren ähnlich.

Ein letzter Algorithmus

Algorithmus: Klassifizierung durch Tangens-Abstand [1]

Vorbereitung:

Berechne die Tangens-Matrizen T_p aller Instanzen im Trainings-Set.

Klassifizierung: Für jede Test-Zahl

- berechne deren Tangens-Matrix;
 - berechne den Tangens-Abstand zu jeder Instanz im Trainings-Set und klassifiziere als die Zahl, die eine Instanz mit minimalem Fehler hat.
-
- Vorteil: Gute Erkennungsquote (im Test 96,9%)

Ein letzter Algorithmus

Algorithmus: Klassifizierung durch Tangens-Abstand [1]

Vorbereitung:

Berechne die Tangens-Matrizen T_p aller Instanzen im Trainings-Set.

Klassifizierung: Für jede Test-Zahl

- berechne deren Tangens-Matrix;
 - berechne den Tangens-Abstand zu jeder Instanz im Trainings-Set und klassifiziere als die Zahl, die eine Instanz mit minimalem Fehler hat.
-
- Vorteil: Gute Erkennungsquote (im Test 96,9%)
 - Nachteil: Sehr viele Vergleiche, schlechte Laufzeit.

Ein letzter Algorithmus

Algorithmus: Klassifizierung durch Tangens-Abstand [1]

Vorbereitung:

Berechne die Tangens-Matrizen T_p aller Instanzen im Trainings-Set.

Klassifizierung: Für jede Test-Zahl

- berechne deren Tangens-Matrix;
 - berechne den Tangens-Abstand zu jeder Instanz im Trainings-Set und klassifiziere als die Zahl, die eine Instanz mit minimalem Fehler hat.
-
- Vorteil: Gute Erkennungsquote (im Test 96,9%)
 - Nachteil: Sehr viele Vergleiche, schlechte Laufzeit.
 - Er muss mit anderen Algorithmen kombiniert werden, um die Zahl der teuren Vergleiche zu verringern.

Übersicht

- 1 Einleitung
- 2 Ein naiver Ansatz
- 3 Verbesserung mittels Singulärwertzerlegung
- 4 Präzisere Zuordnung durch Tangens-Abstand
- 5 Zusammenfassung**
- 6 Literatur

Zusammenfassung

- Schlecht leserliche Zahlen können kaum maschinell bearbeitet werden. Allerdings können verschiedene Vorbereitungen (z.B. Glättung) deren Erkennung etwas verbessern.

Zusammenfassung

- Schlecht leserliche Zahlen können kaum maschinell bearbeitet werden. Allerdings können verschiedene Vorbereitungen (z.B. Glättung) deren Erkennung etwas verbessern.
- Der euklidische Abstand ist alleine kein gutes Vergleichsmaß.

Zusammenfassung

- Schlecht leserliche Zahlen können kaum maschinell bearbeitet werden. Allerdings können verschiedene Vorbereitungen (z.B. Glättung) deren Erkennung etwas verbessern.
- Der euklidische Abstand ist alleine kein gutes Vergleichsmaß.
- Durch Singulärwertzerlegung wird die Erkennungsphase schneller und die Erkennungsquote besser. Die Qualität hängt (bis zu einem gewissen Punkt) von der Anzahl der Basisvektoren ab.

Zusammenfassung

- Schlecht leserliche Zahlen können kaum maschinell bearbeitet werden. Allerdings können verschiedene Vorbereitungen (z.B. Glättung) deren Erkennung etwas verbessern.
- Der euklidische Abstand ist alleine kein gutes Vergleichsmaß.
- Durch Singulärwertzerlegung wird die Erkennungsphase schneller und die Erkennungsquote besser. Die Qualität hängt (bis zu einem gewissen Punkt) von der Anzahl der Basisvektoren ab.
- Der Tangens-Abstand ist invariant unter für Menschen "verträgliche" Veränderungen.

Zusammenfassung

- Schlecht leserliche Zahlen können kaum maschinell bearbeitet werden. Allerdings können verschiedene Vorbereitungen (z.B. Glättung) deren Erkennung etwas verbessern.
- Der euklidische Abstand ist alleine kein gutes Vergleichsmaß.
- Durch Singulärwertzerlegung wird die Erkennungsphase schneller und die Erkennungsquote besser. Die Qualität hängt (bis zu einem gewissen Punkt) von der Anzahl der Basisvektoren ab.
- Der Tangens-Abstand ist invariant unter für Menschen "verträgliche" Veränderungen.
- Der entsprechende Algorithmus hat gute Erkennung, ist aber zu langsam. Er muss deshalb mit anderen Algorithmen kombiniert werden.

Quellenverzeichnis



L. Eldén *Matrix methods in data mining and pattern recognition*. Volume 4, Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), Philadelphia, PA 2007.