

Mathematik für Informatiker III

Universität des Saarlandes
Wintersemester 2007/08

Dr. Bernhard Burgeth
Dr. Martin Welk

Aufgaben zur Vorbereitung auf die Klausur

Aufgabe 1

Bestimmen Sie mit Hilfe des Newton-Verfahrens näherungsweise die Nullstelle der Funktion $f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 3$ im Intervall $[2; 3]$. Führen Sie dazu zwei Iterationen beginnend vom Startwert $x_0 = 2,5$ aus.

(Die Rechnungen sind mit drei Nachkommastellen Genauigkeit auszuführen.)

Aufgabe 2

Gegeben sei die Funktion

$$f : \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x > 0, y \in \mathbb{R}\} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) = y \cdot \ln x.$$

Finden Sie im Punkt $(x_0, y_0) := (1, -2)$ den Vektor, in dessen Richtung die Funktion am schnellsten ansteigt. Welchen Winkel bildet er mit dem Vektor $v = (1, 1)^T$? Geben Sie diesen Winkel im Bogenmaß und im Gradmaß an.

Aufgabe 3

Gegeben sei die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) = \frac{1}{1 + x^2 + y^2}.$$

Bestimmen Sie das Taylorpolynom zweiter Ordnung von f im Nullpunkt. Sie brauchen das Restglied *nicht* explizit anzugeben.

Aufgabe 4

Finden Sie die Maxima und Minima der auf \mathbb{R}^2 definierten Funktion $f(x, y) = 4x + 6y$ unter der Nebenbedingung $x^2 + y^2 = 52$.

Aufgabe 5

Das Rechenzentrum bekommt einen Karton geliefert, in dem sich 8 Festplatten von Oceanport, 3 von Hicrashi und 9 von Southern Digital befinden. Es werden 3 dieser Festplatten nacheinander aus dem Karton genommen, ohne dabei zu sehen, um welches Fabrikat es sich handelt. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass unter den Festplatten

- (a) alle drei von Hicrashi,
- (b) alle drei von Oceanport,
- (c) mindestens eine von Hicrashi,
- (d) von jedem Hersteller eine

sind.

Aufgabe 6

In einem Labor werden Informatikstudierende auf Web-Sucht getestet. Es bezeichne A das Ereignis, dass die getestete Person web-süchtig ist, und B das Ereignis, dass der Test auf Web-Sucht ein positives Resultat ergibt. Aus langjähriger Erfahrung kennt man die Wahrscheinlichkeiten $P(B|A) = 0,99$ und $P(B|\bar{A}) = 0,005$, und man weiß, dass 10 % der Informatikstudierenden tatsächlich die Krankheit haben.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein(e) positiv getestete(r) Informatiker(in) wirklich erkrankt ist?

Aufgabe 7

Von einer Fabrik sollen 100 Ω -Widerstände mit einer Toleranz von maximal 10 % ausgeliefert werden. Es sei X die normalverteilte Zufallsvariable mit Mittelwert 100 Ω und Varianz $25 \Omega^2$, die den tatsächlichen Widerstand eines Bauelements angibt. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei der Kontrolle eines zufällig ausgewählten Widerstandes dieser nicht den Anforderungen genügt.

Aufgabe 8

In acht aufeinanderfolgenden Monaten wurde auf einem Mail-Konto folgendes Aufkommen an Spam-Mails verzeichnet:

39, 31, 16, 74, 60, 64, 17, 71.

Bestimmen Sie mittels der Methode der kleinsten Quadrate eine lineare Funktion, die möglichst gut das Spamaufkommen in den einzelnen Monaten annähert.

Aufgabe 9

Aus einer Menge von Schrauben werden zufällig $n = 20$ Stück ausgewählt und ihre Durchmesser (\emptyset) gemessen (in mm) mit den folgenden Ergebnissen:

| | | | | | | | | | | |
|-------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Nr. | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| \emptyset | 2,14 | 1,79 | 1,85 | 1,94 | 1,97 | 2,07 | 2,02 | 1,96 | 1,95 | 1,78 |
| Nr. | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| \emptyset | 1,90 | 2,00 | 1,88 | 2,04 | 1,83 | 1,86 | 2,07 | 1,87 | 1,98 | 1,92 |

Zum Niveau $\alpha = 0,05$ sollen Sie mithilfe des χ^2 -Anpassungstestes mit drei Klassen überprüfen, ob der Durchmesser der vermessenen Schrauben einer Normalverteilung mit $\mu = 2,00$ und $\sigma^2 = 0,01$ entstammt.