Mathematik für Informatiker III

Universität des Saarlandes — Dr. Bernhard Burgeth

Wintersemester 2007/08 — Dr. Martin Welk

Hausübungsblatt 11

Abgabe: Freitag, 25. Januar 2008, **vor** der Vorlesung

Aufgabe 1

In dieser Aufgabe geht es um die Wahrscheinlichkeit, dass beim 10-maligen Werfen einer korrekten Münze drei- bis sechsmal Kopf oben liegt.

(a) Veranschaulichen Sie die zu berechnende Wahrscheinlichkeit in einem entsprechenden Histogramm.

(b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit exakt.

(c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit näherungsweise, indem Sie die Verteilung durch eine Normalverteilung approximieren. Zeichnen Sie die Dichtefunktion dieser Normalverteilung in die Skizze aus (a) ein.

(1+2+3 Punkte)

Aufgabe 2

Es seien X_1 und X_2 unabhängige univariate Zufallsvariable.

(a) Beweisen Sie: Die multivariate Verteilungsfunktion $F(x_1, x_2)$ des Zufallsvektors $X := (X_1, X_2)^{\mathrm{T}}$ ist das Produkt der Verteilungsfunktionen F_1 von X_1 und F_2 von X_2, also

$$F(x_1, x_2) = F_1(x_1) \cdot F_2(x_2) \qquad \text{für alle } x_1, x_2 \in \mathbb{R}.$$

(b) Beweisen Sie: Die Verteilungsfunktion F ist monoton wachsend bezüglich jedes ihrer Argumente.

(6+2 Punkte)

Aufgabe 3

Sie würfeln mit zwei fairen Würfeln. Die Zufallsvariablen X_1 und X_2 geben jeweils die Augenzahl der Würfel wieder.

(a) Bestimmen Sie die Verteilung der Summe der Augenzahlen, beschrieben durch die Zufallsvariable $X_1 + X_2$.

(b) Verifizieren Sie für diese Zufallsvariablen die Gleichung

$$P_{X_1+X_2} = P_{X_1} * P_{X_2} \ .$$

Dabei bezeichnet $*$ die Faltung.

(3+3 Punkte)

Aufgabe 4

Beweisen Sie die Aussage des Satzes 71.11 aus der Vorlesung: Die Summe zweier poissonverteilter Zufallsvariabler mit den Parametern λ_1 und λ_2 ist poissonverteilt mit Parameter $\lambda_1 + \lambda_2$.

(4 Punkte)