Mathematik für Informatiker III

Universität des Saarlandes — Dr. Bernhard Burgeth
Wintersemester 2007/08 — Dr. Martin Welk

Präsenzübungsblatt 6

Übungstermine: 3./4. Dezember 2007

Aufgabe 1

Gegeben sei das Energiefunktional aus 61.1:

$$E(u) = \frac{1}{2} \int_0^1 \left[(u(x) - f(x))^2 + \alpha \left(\left(\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x} \right)^2 \right) \right] \mathrm{d}x \; .$$

(a) Geben Sie eine Diskretisierung $E(u_0, \ldots, u_n)$ dieses Funktionals für ein diskretes Signal $u_0, \ldots, u_N$, $u_i = u(ih)$, $h = \dfrac{1}{N}$, $i = 0, \ldots, N$ an, bei der die Ortsableitung mit *zentralen* Differenzen approximiert wird.

(b) Leiten Sie die notwendigen Bedingungen an ein Minimum $u_0, \ldots, u_N$ als lineares Gleichungssystem her.

Aufgabe 2

(Vgl. Präsenzübungsblatt 5, Aufgabe 1)

Berechnen Sie das vom Ellipsoid

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

mit $a, b, c > 0$ eingeschlossene Volumen, indem Sie es mittels des Transformationssatzes 60.7 auf das von der Kugelfläche

$$u^2 + v^2 + w^2 = 1$$

eingeschlossene Volumen zurückführen und verwenden, dass dieses Volumen $\frac{4}{3}\pi$ beträgt.