Mathematik für Informatiker II

Dr. Martin Welk
Dr. Michael Breuß

Sommersemester 2007
Ausgabe: 04.05.2007
Abgabe: 11.05.2007 **vor** der Vorlesung

Übungsblatt 3

Aufgabe 1

Es bezeichne $GF(7)[x]$ den Polynomring über dem Galoisfeld $GF(7)$. Stellen Sie die Polynome

(a) $3x^3 + 2x^2 + 3x + 4 \ \in GF(7)[x]$ und

(b) $9x^3 - 27x^2 + 28x - 10 \ \in \mathbb{C}[x]$

jeweils als Produkt irreduzibler Polynome über dem entsprechenden Körper dar. (8 Punkte)

Aufgabe 2

Zeigen Sie, dass die Menge B aller Abbildungen $f \ : \ \{0,1\}^2 \to \{0,1\}$ mit den folgenden Verknüpfungen eine boolesche Algebra ist:

$$\begin{aligned}(f+g)(x,y) &= \max\{f(x,y), g(x,y)\} \ ,\\ (f\cdot g)(x,y) &= \min\{f(x,y), g(x,y)\} \ ,\\ (\neg f)(x,y) &= 1\,,\text{wenn } f(x,y)=0\,,\\ (\neg f)(x,y) &= 0\,,\text{wenn } f(x,y)=1\,.\end{aligned}$$

Die beiden neutralen Elemente bezüglich der Verknüpfungen $+$ und $\cdot$ sind dabei definiert als $n(x,y) = 0$ und $e(x,y) = 1$. (10 Punkte)

Aufgabe 3

Gegeben sei mit Π_n die Menge aller Polynome vom Grad kleiner oder gleich n. Ein Element $p \in \Pi_n$ hat somit die Darstellung

$$p(x) = \sum_{k=1}^{n} a_k x^k \ , \quad a_k \in \mathbb{R}\,.$$

Untersuchen Sie, ob folgende Mengen Untervektorräume des Π_n sind:

$$\begin{aligned}W_1 &= \{p \in \Pi_n \mid p(x) = p(-x) \text{ für alle } x \in \mathbb{R}\} \ ,\\ W_2 &= \{p \in \Pi_n \mid p(x) = |p(x)| \text{ für alle } x \in \mathbb{R}\} \ ,\\ W_3 &= \{p \in \Pi_n \mid p(x) = -p(-x) \text{ für alle } x \in \mathbb{R}\} \ .\end{aligned}$$

(6 Punkte)