

Mathematik für Informatiker II

Dr. Martin Welk

Dr. Michael Breuß

Sommersemester 2007

Ausgabe: 29.06.2007

Abgabe: 06.07.2007 vor der Vorlesung

Übungsblatt 11

Aufgabe 1

Gegeben sei

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Finden Sie eine invertierbare Matrix S und eine Diagonalmatrix D mit $A = SDS^{-1}$.

(6 Punkte)

Aufgabe 2

Zeigen Sie:

- Ist $A \in O(n)$ und $\lambda \in \mathbb{R}$ ein Eigenwert von A , so ist $\lambda = 1$ oder $\lambda = -1$.
- Ist $A \in SO(3)$, so existiert eine Gerade durch den Ursprung, die unter der Wirkung von A punktweise invariant ist (also $Av = v$ für jedes v auf der Gerade).

Bemerkung. Das heißt, jede Drehung in \mathbb{R}^3 hat eine Achse.

- Ist $A \in O(2) \setminus SO(2)$, so existiert eine Gerade durch den Ursprung, die unter der Wirkung von A punktweise invariant ist.

Bemerkung. Das heißt, eine Spiegelung in \mathbb{R}^2 hat eine Spiegelungsachse.

(12 Punkte)

Aufgabe 3

Überprüfen Sie, ob die Matrix

$$D = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} 8 & 1 & -4 \\ 4 & -4 & 7 \\ -1 & -8 & -4 \end{pmatrix}$$

eine Drehung des \mathbb{R}^3 beschreibt, und bestimmen Sie gegebenenfalls die Drehachse.

(6 Punkte)