Mathematik für Informatiker II

Dr. Martin Welk
Dr. Michael Breuß

Sommersemester 2007
Ausgabe: 22.06.2007
Abgabe: 29.06.2007 **vor** der Vorlesung

Übungsblatt 10

Aufgabe 1

Beweisen Sie, dass $\mathrm{O}(n)$ und $\mathrm{SO}(n)$ Untergruppen der allgemeinen linearen Gruppe

$$\mathrm{GL}\,(n,\mathbb{R}) = \left\{A \in \mathbb{R}^{n\times n} \mid A \text{ invertierbar}\right\}$$

bezüglich der Matrizenmultiplikation sind. (6 Punkte)

Aufgabe 2

Bestimmen Sie, z.B. unter Zuhilfenahme der Additionstheoreme, die Fourier-Koeffizienten der folgenden 2π-periodischen Funktionen:

(a) $\sin^4(2x)$

(b) $3\sin(5x) - 4\sin^3(7x)$

(c) $\cos^2(3x) - \sin^2(3x)$

(6 Punkte)

Aufgabe 3

Ist $f(t)$ eine T-periodische Funktion, so wird diese durch die Substitution

$$x := \frac{2\pi}{T}t$$

in eine 2π-periodische Funktion

$$\tilde{f}(x) = f\left(\frac{T}{2\pi}x\right)$$

transformiert. Zudem kann eine Funktion $g(t)$, die nur auf einem Intervall $[0,T]$ erklärt ist, durch einfaches Aneinanderhängen zu einer T-periodischen Funktion fortgesetzt werden.

(a) Gegeben sei die 2-periodische Funktion f mit

$$f(x) = \begin{cases} 1 & : \quad -1 \le x \le 0\,, \\ 1-x & : \quad 0 \le x \le 1\,. \end{cases}$$

Berechnen Sie die Fourier-Reihe der Funktion.

(b) Gegeben sei die Funktion $f : [-1,1] \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = x^3$. Berechnen Sie die Fourier-Reihe der 2-periodischen Fortsetzung der Funktion.

(12 Punkte)